Test sui teoremi di Euclide e di Pitagora

I test proposti in questa dispensa riguardano il teorema di Pitagora e i due teoremi di Euclide, con le applicazioni alle varie figure geometriche.

Vengono presentate 15 domande a risposta multipla, risolte e commentate.

La dispensa può essere un utile strumento per verificare le proprie conoscenze e per la preparazione ai test di ammissione universitari e ai concorsi.

Test sui teoremi di Euclide e di Pitagora

Nel testo che segue, le lunghezze si intendono espresse in metri, mentre le aree in metri quadrati, anche se non viene esplicitamente indicato, per non appesantire il discorso.

1. I cateti di un triangolo rettangolo misurano 3 e 4; il suo perimetro è
   a. 14
   b. 12
   c. 10
   d. 15
2. L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 6 e uno dei cateti 4; la sua area è
   a. 24
   b. 12
   c. $4\sqrt{5}$
   d. $2\sqrt{5}$
3. Il lato obliquo di un triangolo isoscele misura 5 e la sua base 4; l'area del triangolo è
   a. 10
   b. $4\sqrt{21}$
   c. $2\sqrt{21}$
   d. $5\sqrt{7}$
4. L'area di un triangolo equilatero misura $5\sqrt{3}$; il suo lato è
   a. $2\sqrt{5}$
   b. 5
   c. 10
   d. $5\sqrt{5}$
5. Il perimetro di un quadrato è 20; la sua diagonale è
   a. 6
   b. $5\sqrt{2}$
   c. $5\sqrt{3}$
   d. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$
6. Il rapporto tra l'area di un quadrato e l'area del rettangolo che ha per base la diagonale del quadrato e per altezza il suo lato è
   a. 2
   b. $\sqrt{2}$
   c. $\frac{1}{2}$
   d. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
7. Il rapporto tra l'area di un triangolo isoscele di lato obliquo l e base b e l'area del triangolo isoscele di lato obliquo 2l e base 2b è
   a. $\frac{1}{2}$
   b. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   c. $\frac{1}{4}$
   d. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

8. Il rapporto tra l'area di un triangolo equilatero e l'area del triangolo equilatero che ha per lato l'altezza del primo è
    a. $\frac{4}{3}$
    b. $\frac{2}{3}$
    c. 2
    d. $\sqrt{3}$
9. Un trapezio isoscele ha la base minore uguale al lato obliquo pari ad a e la base maggiore doppia della base minore. La sua area è
    a. $\frac{3}{4}a^2$
    b. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
    c. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$
    d. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$
10. Un triangolo ABC è inscritto in una semicirconferenza di diametro AB=8; sapendo che CB=3, l'area del triangolo è
    a. $6\sqrt{14}$
    b. $3\sqrt{7}$
    c. 12
    d. $3\sqrt{14}$
11. In un triangolo rettangolo, le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sono 9 e 4; l'altezza relativa all'ipotenusa è
    a. $4\sqrt{2}$
    b. $4\sqrt{3}$
    c. 6
    d. $3\sqrt{2}$
12. In un triangolo rettangolo, l'ipotenusa misura 10 e la proiezione di un cateto su di essa misura 3; la misura del cateto è
    a. 7
    b. $\sqrt{30}$
    c. $\sqrt{91}$
    d. $10\sqrt{3}$
13. In un triangolo rettangolo, l'ipotenusa misura 10 e la proiezione di un cateto su di essa misura 3; la misura dell'altro cateto è
    a. 7
    b. $\sqrt{51}$
    c. $\sqrt{70}$
    d. $10\sqrt{7}$
14. Un triangolo isoscele ha il lato obliquo di misura a e l'angolo alla base di 45°; la sua area è
    a. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$
    b. $a^2\sqrt{2}$
    c. a^2
    d. $\frac{a^2}{2}$
15. Un triangolo rettangolo isoscele con altezza relativa all'ipotenusa pari ad h ha area di

a. $2h^2$
b. $\sqrt{2}h^2$
c. h^2
d. $\frac{h^2}{\sqrt{2}}$

Soluzioni

Domanda	Risp. corretta	Osservazioni
1	B	Applicando il teorema di Pitagora, per l'ipotenusa otteniamo $\sqrt{3^2+4^2}=5$, quindi per il perimetro si ha 3+4+5=12.
2	C	Applicando il teorema di Pitagora, per l'altro cateto abbiamo $\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$; l'area è data dalla metà del prodotto dei due cateti.
3	C	L'altezza del triangolo si ricava applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo che ha come ipotenusa il lato obliquo del triangolo isoscele dato e come cateto la metà della sua base; l'altro cateto, che è l'altezza cercata, è $\sqrt{21}$. A questo punto, l'area del triangolo, come è noto, è data dal semiprodotto della base per l'altezza.
4	A	Detto x il lato cercato, dall'applicazione del teorema di Pitagora abbiamo che l'altezza del triangolo è $\frac{x}{2}\sqrt{3}$ (vedi risposta 3) e la sua area è $\frac{x^2}{4}\sqrt{3}$. Ponendo questa espressione pari a $5\sqrt{3}$, risolvendo l'equazione rispetto a x e scartando la soluzione negativa, si ottiene il lato cercato.
5	B	Il lato del quadrato è 5 e la diagonale, che si ottiene dall'applicazione del teorema di Pitagora, è $\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$.
6	D	Detto l il lato del quadrato, la sua area è l^2 e la sua diagonale è $l\sqrt{2}$; l'area del rettangolo è quindi $l^2\sqrt{2}$. Il rapporto cercato è $\frac{l^2}{l^2\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.
7	C	Applicando il teorema di Pitagora come indicato nella risposta n. 3, si ottengono le altezze dei due triangoli e quindi le aree, che sono, rispettivamente, $\frac{b}{2}\sqrt{l^2-\frac{b^2}{4}}$ e $b\sqrt{4l^2-b^2}$. Mettendo in evidenza, in quest'ultima, il 4 all'interno della radice e portandolo fuori, si riconosce che questa seconda area è pari al quadruplo della prima.
8	A	Tenendo conto che l'altezza di un triangolo equilatero di lato l è $\frac{l}{2}\sqrt{3}$, si possono calcolare le aree dei due triangoli, che sono, rispettivamente, $\frac{l^2}{4}\sqrt{3}$ e $\frac{3l^2}{16}\sqrt{3}$. Il rapporto tra le due è $\frac{4}{3}$.
9	D	Dalla differenza tra base maggiore e base minore, si deduce che la proiezione del lato obliquo sulla base maggiore è $\frac{a}{2}$; questa, insieme all'altezza e al lato obliquo stesso, forma un triangolo rettangolo (che in questo caso è metà triangolo equilatero). Con il teorema di Pitagora si ricava quindi l'altezza, che è $\frac{a}{2}\sqrt{3}$ e infine l'area del trapezio, che è pari, come è noto, alla semisomma delle due basi per l'altezza.
10	D	Essendo il triangolo inscritto in una semicirconferenza, esso è rettangolo in C, quindi AC si può ricavare dal teorema di Pitagora. L'area, come è noto, è il semiprodotto dei due cateti.
11	C	Detta h l'altezza cercata, applicando il secondo teorema di Euclide, abbiamo $h^2=4\cdot 9=36$, da cui h=6.
12	B	Dall'applicazione del primo teorema di Euclide, si ha che il quadrato della misura del cateto cercata è $10\cdot 3=30$.
13	C	La proiezione del cateto cercato sull'ipotenusa è, in questo caso, 10-3=7; per il resto, vedi risposta n. 12.
14	D	Essendo la somma degli angoli interni di un triangolo uguale a 180° e gli angoli alla base di un triangolo isoscele uguali, l'angolo al vertice è retto. Il triangolo

		dato è rettangolo e isoscele, quindi equivalente a metà quadrato di lato a.
15	C	Il triangolo è diviso dall'altezza relativa all'ipotenusa in due triangoli, che sono ancora rettangoli e isosceli e che hanno come ipotenusa il cateto del triangolo dato, che è quindi $h\sqrt{2}$. Tenendo conto che i due cateti sono uguali, è immediato calcolare l'area.