

# I triangoli

In questa dispensa presenteremo brevemente la definizione di triangolo e le proprietà principali.

Dopo aver introdotto la definizione e le classificazioni rispetto ai lati e rispetto agli angoli, enunceremo i criteri di uguaglianza e le proprietà dei triangoli isosceli ed equilateri.

Passeremo poi ad altre importanti proprietà riguardanti i lati e gli angoli di un triangolo e termineremo con l'enunciato del criterio unico di uguaglianza dei triangoli rettangoli.

Copyright © 2010 – Paolo Caramanica – <http://www.trigonometria.org>

Questo documento è rilasciato sotto la licenza

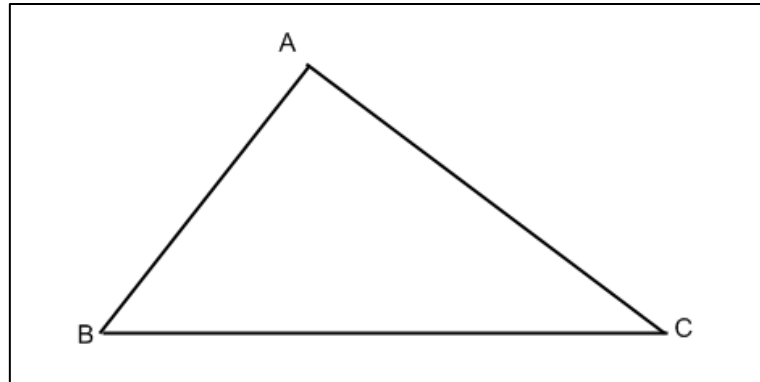
**Creative Commons 2.5 Italia by-nc-sa**

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/>

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/legalcode>

# Definizione e classificazione dei triangoli

Consideriamo sul piano tre punti A, B e C non allineati, cioè che non giacciono sulla stessa retta. Si chiama **triangolo** la parte di piano finita individuata dai tre segmenti AB, BC e CA. In realtà, anche se i tre punti sono allineati si ottiene ancora un triangolo, ma questo coincide con un segmento, cioè, come si dice, è degenere.

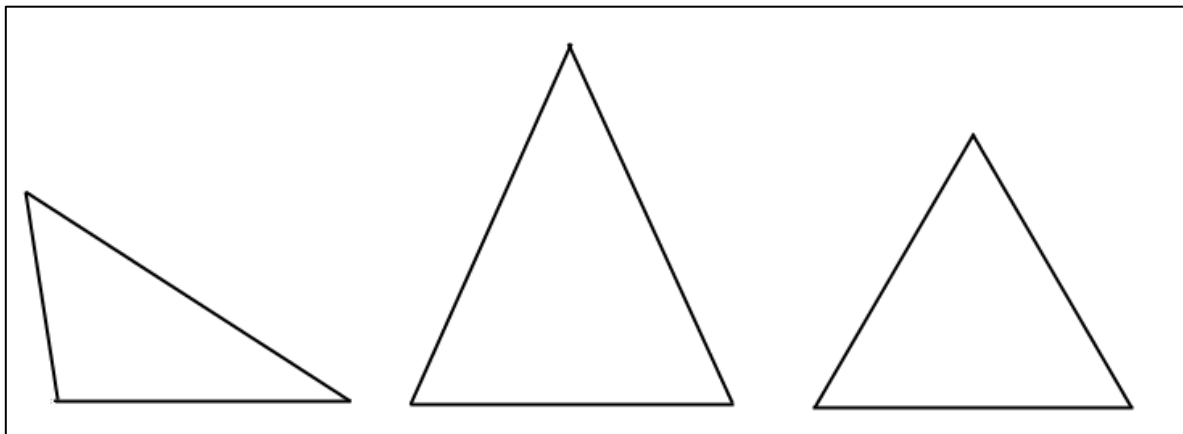


I tre segmenti AB, BC e CA si chiamano **lati** del triangolo, mentre i tre angoli convessi ABC, BCA e CAB si chiamano **angoli interni** del triangolo.

## Classificazione dei triangoli in base ai lati

Un triangolo si dice:

- **Scaleno**: se ha i lati a due a due diversi (a sinistra nella figura);
- **Isoscele**: se ha due lati uguali (al centro nella figura);
- **Equilatero**: se ha tutti e tre i lati uguali (a destra nella figura).

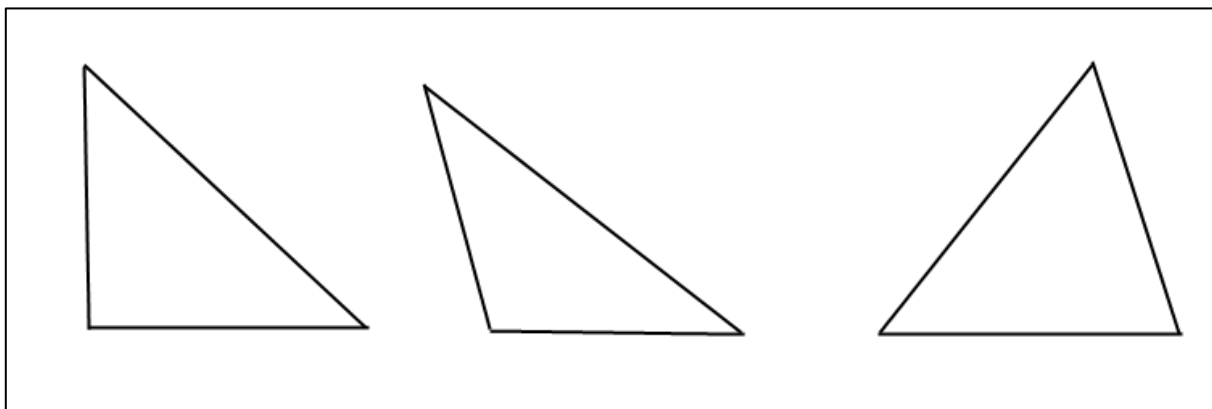


## Classificazione dei triangoli in base agli angoli

Un triangolo si dice:

- **Rettangolo**: se uno dei suoi tre angoli è retto (a sinistra nella figura);
- **Ottusangolo**: se uno dei suoi tre angoli è ottuso (al centro nella figura);

- **Acutangolo:** se tutti e tre i suoi angoli sono acuti (a destra nella figura).



## Criteri di uguaglianza dei triangoli

Due triangoli (come, del resto, due qualsiasi figure piane) si dicono uguali se è possibile, tramite un movimento rigido del piano, portare uno dei due a coincidere punto per punto con l'altro.

Dati due triangoli, ci sono tre teoremi, detti criteri di uguaglianza, che ci permettono di stabilire se essi sono uguali e che ci limitiamo ad enunciare.

**Primo criterio di uguaglianza dei triangoli:** due triangoli che hanno uguali due lati e l'angolo tra essi compreso sono uguali.

**Secondo criterio di uguaglianza dei triangoli:** due triangoli che hanno uguali un lato e gli angoli ad esso adiacenti sono uguali.

**Terzo criterio di uguaglianza dei triangoli:** due triangoli che hanno tutti e tre i lati uguali sono uguali.

## Triangoli isosceli ed equilateri

Dato un triangolo isoscele ABC con gli angoli AB e AC uguali, il lato BC è detto **base** e gli angoli adiacenti a BC sono detti **angoli alla base**; il punto A (estremo in comune dei due lati uguali) è detto **vertice**.

Per i triangoli isosceli valgono i due seguenti teoremi (uno l'inverso dell'altro).

Un triangolo isoscele ha i due angoli alla base uguali.

Un triangolo che ha due angoli uguali ha i due lati opposti ad essi uguali, quindi è isoscele.

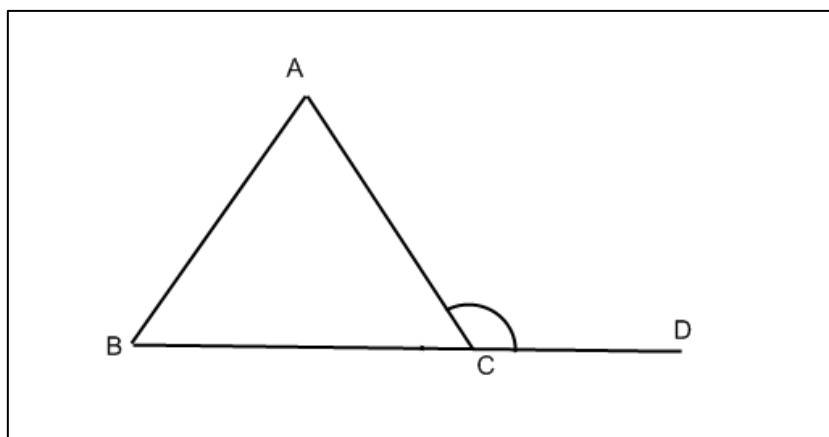
Un triangolo equilatero è un caso particolare di triangolo isoscele: più precisamente è un triangolo isoscele con base uno qualunque dei tre lati. Per esso valgono i due seguenti teoremi, che discendono direttamente dai precedenti.

Un triangolo equilatero ha tutti e tre gli angoli uguali.

Un triangolo che ha tutti e tre gli angoli uguali ha anche tutti e tre i lati uguali, quindi è equilatero.

## Angoli interni ed esterni di un triangolo

Nel primo paragrafo abbiamo già visto la definizione di angolo interno di un triangolo. Chiamiamo invece **angolo esterno** di un triangolo ciascuno degli angoli formati da un lato di esso e dal prolungamento del lato consecutivo (ad esempio, l'angolo ACD nella figura).



Per gli angoli interni di un triangolo vale il seguente importante teorema.

La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre pari ad un angolo piatto.

Per gli angoli esterni vale il seguente teorema.

In un triangolo, ciascun angolo esterno è uguale alla somma dei due angoli interni non adiacenti ad esso.

Questi due teoremi hanno delle interessanti conseguenze:

- Se un triangolo ha un angolo ottuso (è ottusangolo) allora gli altri due angoli sono acuti.
- Se un triangolo ha un angolo retto (è rettangolo) allora gli altri due angoli sono acuti.
- Due triangoli con due angoli rispettivamente uguali hanno anche il terzo angolo uguale.

Dall'ultimo punto discende una generalizzazione del secondo criterio di uguaglianza dei triangoli, che enunciamo.

**Secondo criterio generalizzato di uguaglianza dei triangoli:** due triangolo che hanno uguali un lato e due angoli qualunque (non necessariamente quelli adiacenti al lato) sono uguali.

Questo criterio si può applicare al posto del secondo criterio di uguaglianza enunciato precedentemente, il quale ne costituisce un caso particolare.

## Lati e angoli di un triangolo

In questo paragrafo enunciamo altre proprietà di un triangolo che possono risultare utili negli esercizi.

In un triangolo con due lati diversi, anche gli angoli opposti sono diversi e a lato maggiore è opposto angolo maggiore.

In un triangolo con due angoli diversi, anche i lati opposti sono diversi e ad angolo maggiore è opposto lato maggiore.

In un triangolo ciascun lato è minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza.

## Criterio unico di uguaglianza dei triangoli rettangoli

Concludiamo enunciando un criterio di uguaglianza che sostituisce i tre enunciati precedentemente e che vale per i soli triangoli rettangoli.

Due triangoli rettangoli sono uguali se, oltre all'angolo retto, hanno due elementi ordinatamente uguali che non siano tutti e due angoli.

Ricordando che, in un triangolo rettangolo il lato opposto all'angolo retto si chiama **ipotenusa** e i lati che comprendono l'angolo retto si chiamano **cateti**, due triangoli rettangoli sono uguali se hanno:

- I cateti uguali;
- Un cateto e l'ipotenusa uguale;
- Un cateto e un angolo acuto uguale;
- L'ipotenusa e un angolo acuto uguale.