

Proiezioni e distanze

In questa dispensa introduciamo brevemente il concetto di **proiezione di un punto e di un segmento su una retta**, mettendo in evidenza dei casi particolari.

Introduciamo poi il concetto di **distanza di un punto da una retta**.

Copyright © 2010 – Paolo Caramanica – <http://www.trigonometria.org>

Questo documento è rilasciato sotto la licenza

Creative Commons 2.5 Italia by-nc-sa

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/>

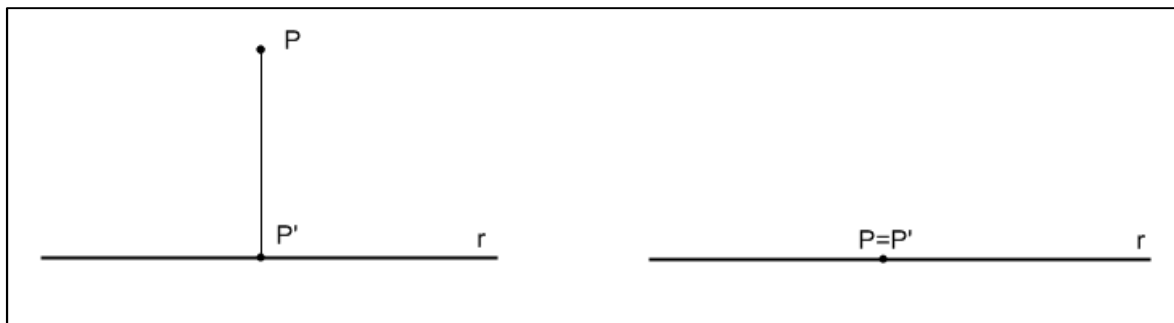
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/legalcode>

Proiezioni

In questo paragrafo introdurremo il concetto di proiezione di un punto e di un segmento su una retta.

Dato un punto P e una retta r , condotta per P la perpendicolare ad r , si dice **proiezione del punto** P su r l'intersezione P' di tale perpendicolare con r .

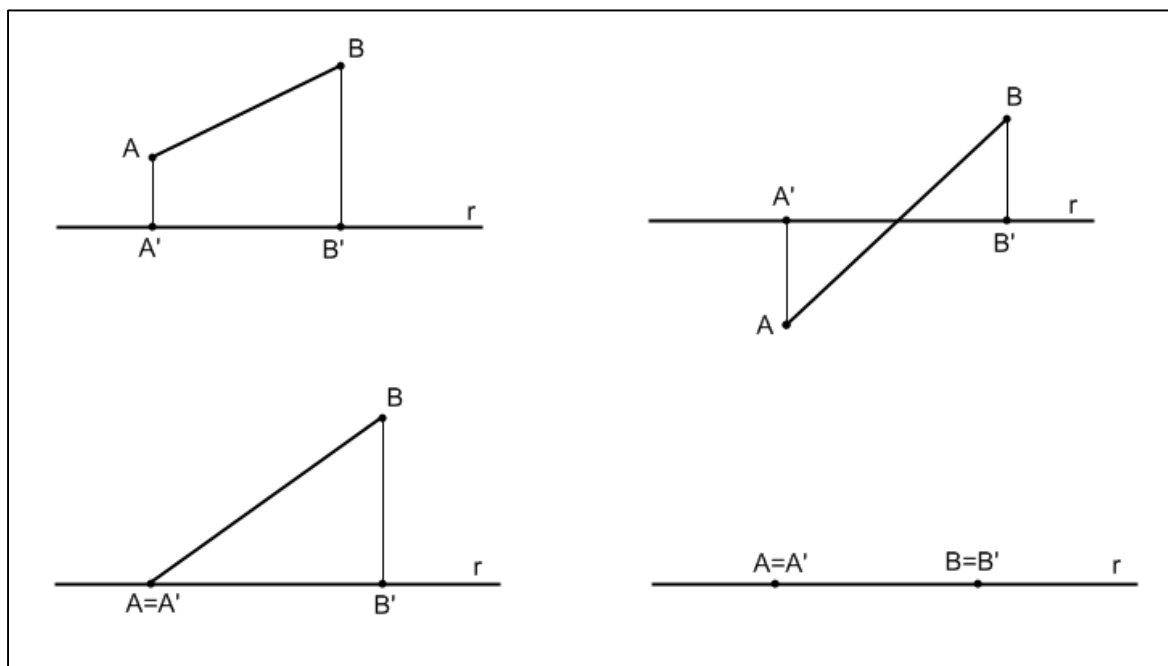
Il punto P può appartenere o no alla retta r ; nel caso particolare in cui esso appartenga alla retta, la sua proiezione coincide con il punto stesso. In figura vediamo due esempi di proiezione di un punto su una retta nel caso in cui il punto non appartenga alla retta (a sinistra) o vi appartenga (a destra).



Consideriamo ora la proiezione di un segmento su una retta.

Dato un segmento AB e una retta r , detta A' la proiezione di A su r e B' la proiezione di B su r , il segmento $A'B'$ è detto **proiezione del segmento** AB su r .

Gli estremi A e B del segmento possono appartenere o no alla retta r e, qualora non vi appartengano, possono giacere sullo stesso semipiano (rispetto a r) o su due semipiani diversi.



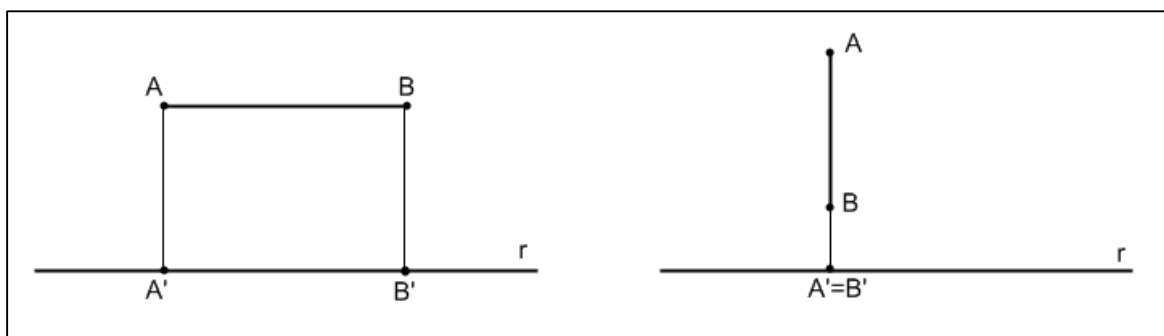
Nella figura precedente vediamo degli esempi per i possibili casi, in particolare, partendo da quello in alto a sinistra e procedendo verso destra e verso il basso, abbiamo:

- entrambi i punti esterni alla retta e appartenenti allo stesso semipiano;
- entrambi i punti esterni alla retta e appartenenti a semipiani opposti;
- un solo punto esterno alla retta;
- entrambi i punti appartenenti alla retta (in tal caso, la proiezione del segmento sulla retta coincide con il segmento stesso).

Per la proiezione di un segmento su una retta, si può dimostrare la seguente proprietà:

La proiezione di un segmento su una retta è sempre minore o uguale del segmento stesso.

In particolare, se il segmento è parallelo alla retta, allora la sua proiezione è uguale ad esso, mentre se è perpendicolare alla retta la proiezione degenera in un solo punto. Nella seguente figura vediamo i due casi.

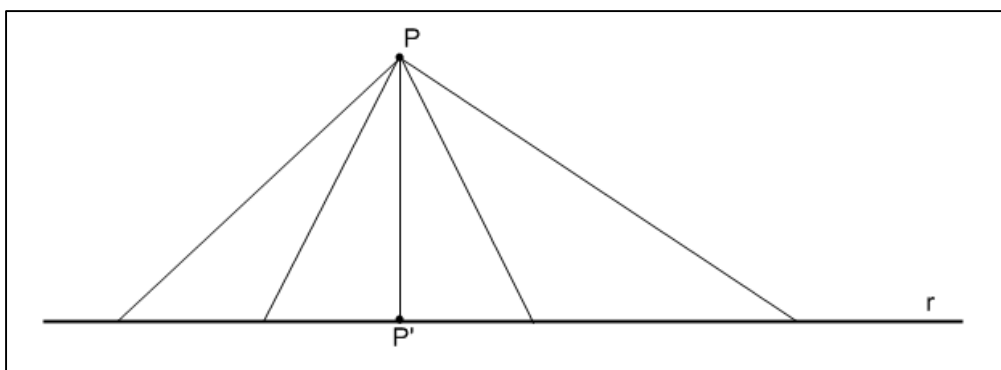


Distanze

In questo paragrafo introduciamo il concetto di distanza di un punto da una retta.

Dato un punto P e una retta r , detta P' la proiezione di P su r , si dice **distanza** di P da r il segmento PP' .

Spesso, il termine distanza, oltre al segmento PP' (vedi definizione precedente) viene usato per indicare anche la misura di esso.



La distanza di un punto da una retta è il segmento minore tra tutti quelli che congiungono il punto con la retta stessa (vedi figura), cioè, come si dice nel linguaggio comune, rappresenta il “percorso più breve” dal punto alla retta. Più precisamente, vale la seguente proprietà:

Dato un punto P e una retta r , considerato un qualunque punto Q sulla retta, la distanza di P da r è minore o uguale di PQ . Si ha l'uguaglianza solo nel caso in cui Q coincida con la proiezione di P su r .