

Gli angoli

In questa dispensa vengono presentati i concetti fondamentali relativi agli angoli.

Dopo le prime nozioni riguardanti angoli convessi e concavi, angolo piatto, angolo giro e angolo nullo, si passa a considerare il confronto e le operazioni di somma e differenza tra angoli.

Successivamente si introduce il concetto di bisettrice, angolo retto e perpendicolarità; infine viene data la definizione di angoli complementari, supplementari ed esplementari.

Copyright © 2010 – Paolo Caramanica – <http://www.trigonometria.org>

Questo documento è rilasciato sotto la licenza

Creative Commons 2.5 Italia by-nc-sa

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/>

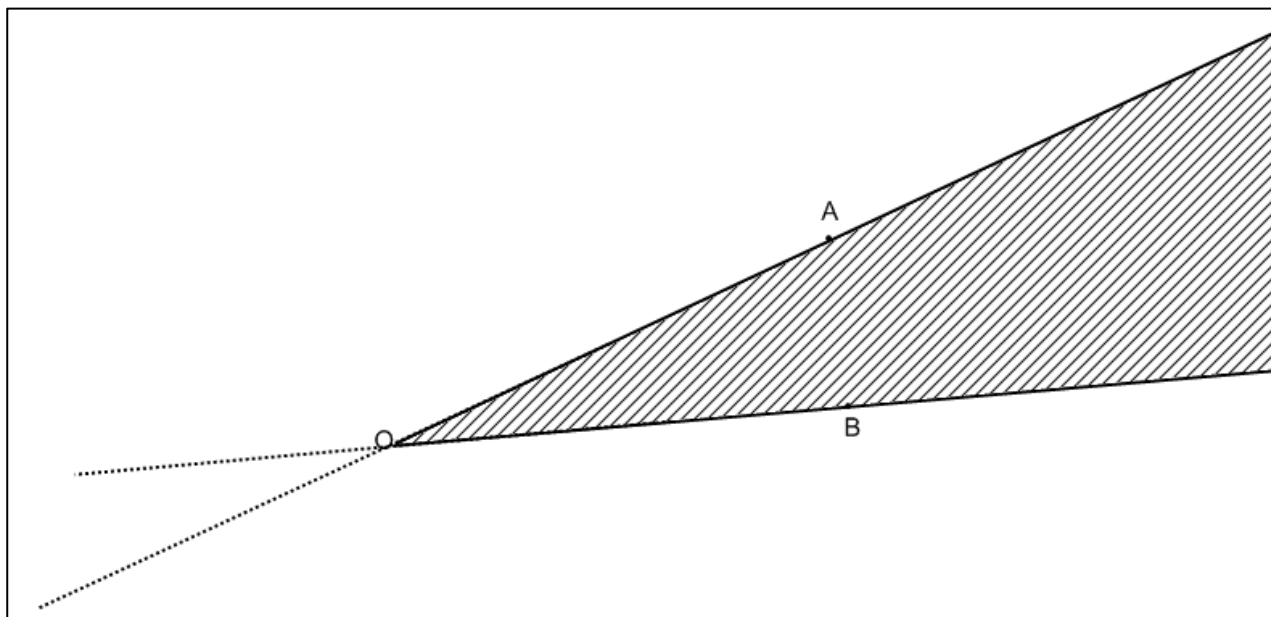
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/legalcode>

Definizione di angolo

Cominciamo con l'introduzione della definizione di angolo.

Si chiama **angolo** una parte di piano compresa tra due semirette che hanno la stessa origine.

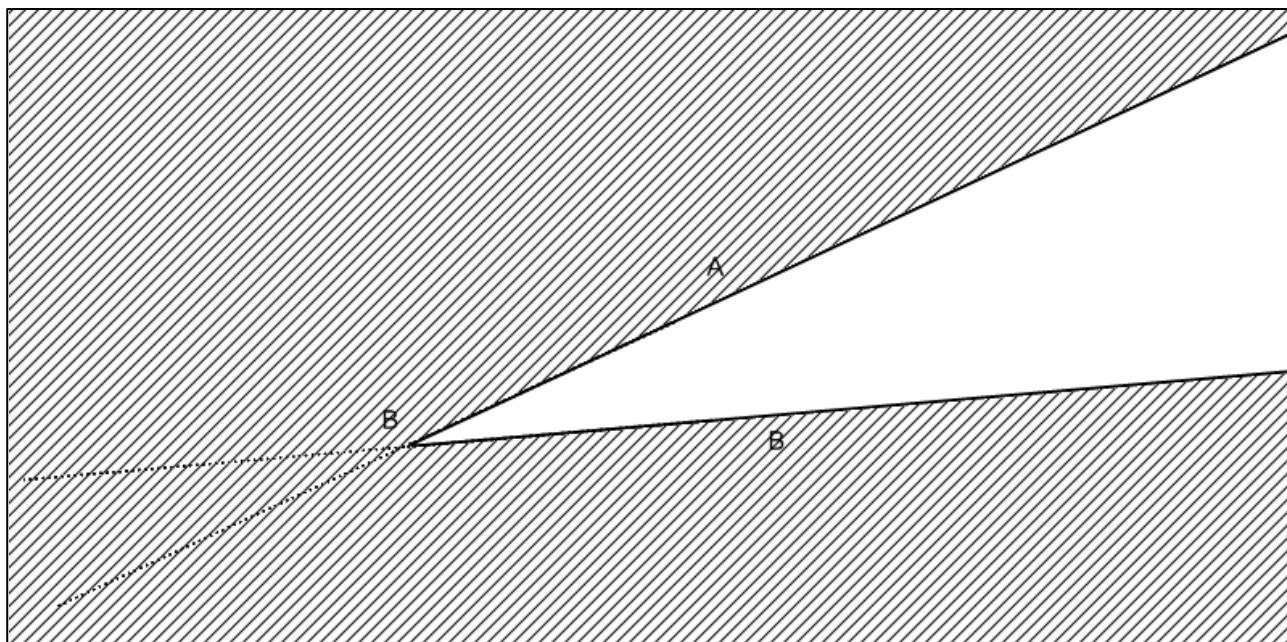
Indicata con O l'origine (comune) delle due semirette e presi due punti, A e B , uno su ciascuna di essa l'angolo, mostrato in figura, si indica con \widehat{AOB} ; O prende il nome di **vertice**, mentre le due semirette si chiamano **lati** dell'angolo. I punti dell'angolo che non appartengono ai lati si dicono **interni**.



Angoli concavi e convessi

Fissate due semirette con l'origine in comune, queste, in generale, individuano due regioni distinte del piano: nella figura precedente abbiamo evidenziato quella che non contiene i prolungamenti delle semirette stesse, rappresentati tratteggiati. In questo caso si parla di **angolo convesso**.

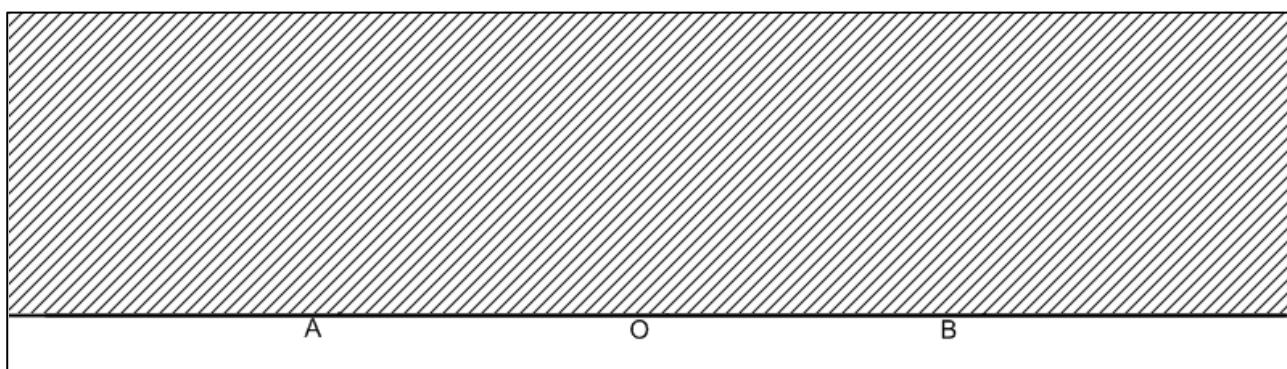
Se scegliamo l'altra parte del piano, quella che contiene i prolungamenti delle semirette, abbiamo invece un **angolo concavo**, mostrato nella figura seguente.



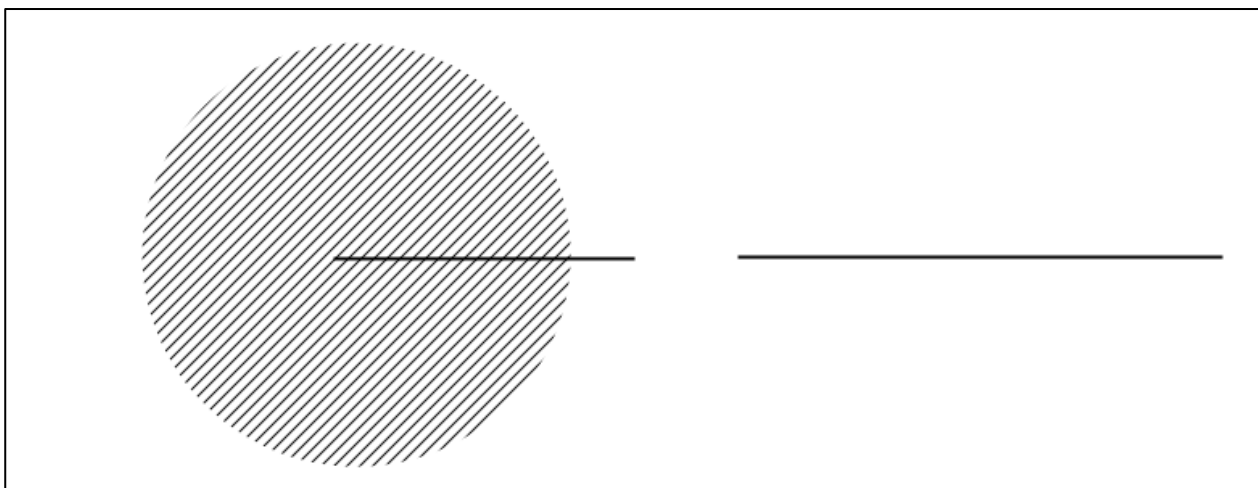
Un angolo che contiene i prolungamenti dei propri lati prende il nome di **angolo concavo**, mentre uno che non li contiene è detto **angolo convesso**.

Angolo piatto, angolo nullo e angolo giro

Se le due semirette giacciono una sul prolungamento dell'altra, l'angolo coincide con un semipiano e prende il nome di **angolo piatto** (vedi figura).



Se le semirette sono coincidenti, possiamo avere due casi: la parte di piano che non contiene i prolungamenti comprende solo le due semirette (in pratica una sola) e si chiama **angolo nullo**; la parte di piano che contiene i prolungamenti coincide con l'intero piano e si chiama **angolo giro** (vedi figura).



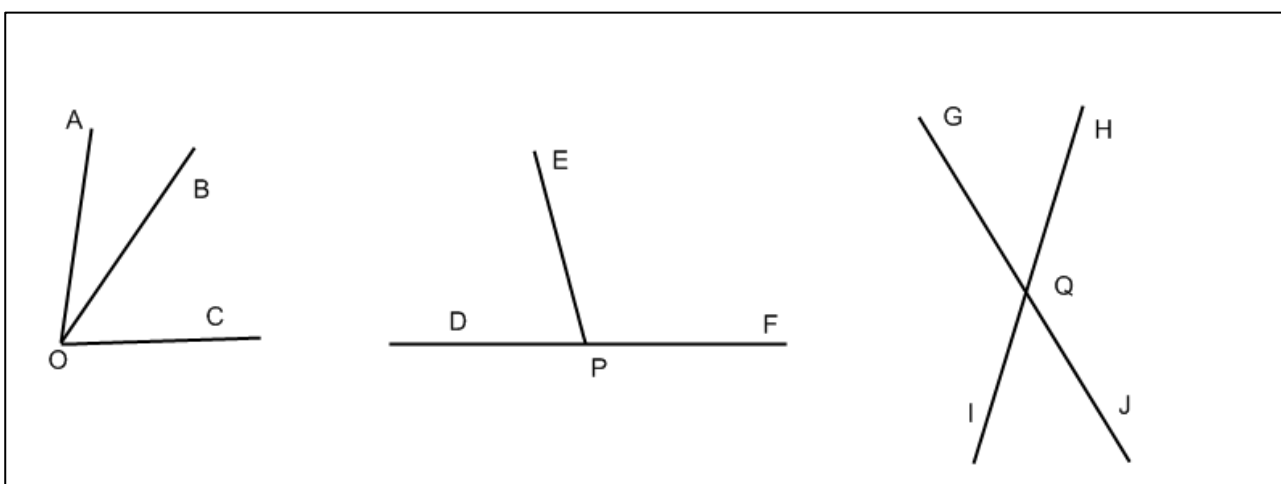
Angoli consecutivi, adiacenti e opposti al vertice

Introduciamo ora qualche altra definizione di uso comune.

Due angoli che hanno in comune un lato e non hanno in comune altri punti si dicono **consecutivi**; due angoli consecutivi sono **adiacenti** se i due lati non in comune giacciono uno sul prolungamento dell'altro; due angoli tali che i lati dell'uno sono il prolungamento dei lati dell'altro si dicono **opposti al vertice**.

Nella figura seguente ne vediamo degli esempi, in particolare:

1. Gli angoli \widehat{AOB} e \widehat{BOC} sono consecutivi;
2. Gli angoli \widehat{DPE} ed \widehat{EPF} sono adiacenti;
3. Gli angoli \widehat{GQH} ed \widehat{IQJ} sono opposti al vertice.



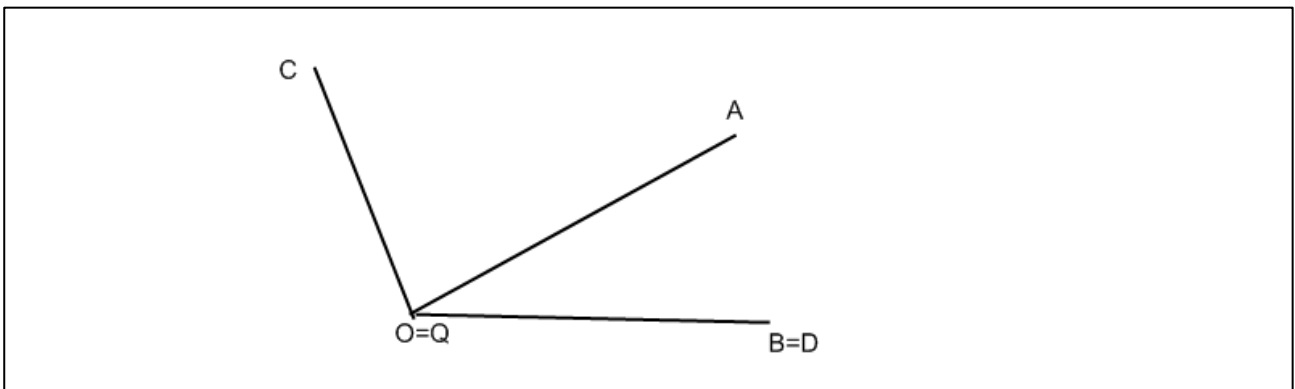
Anche se il confronto tra angoli (e quindi l'uguaglianza) sarà introdotta nel prossimo paragrafo, anticipiamo fin d'ora che due angoli opposti al vertice sono uguali.

Confronto, somma e differenza tra angoli

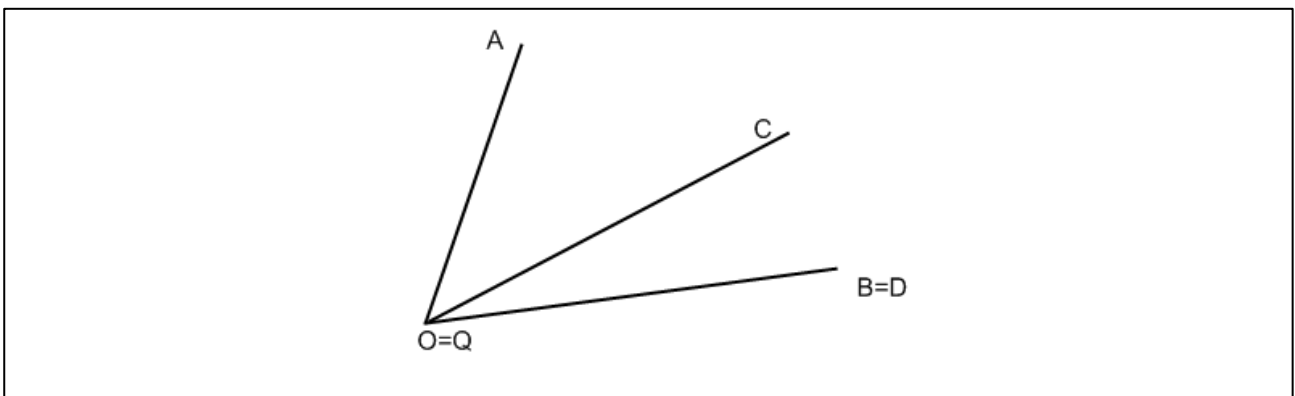
Dati due angoli, come per qualunque coppia di figure piane, è possibile dire se sono uguali oppure no: intuitivamente, due angoli (o, in generale, due figure) sono **uguali** se è possibile, tramite un movimento rigido del piano, portare il primo a sovrapporsi al secondo, in modo che coincidano punto per punto.

Confronto tra due angoli

Oltre a definire l'uguaglianza tra angoli, si può anche stabilire se un angolo è maggiore o minore di un altro. Dati, in particolare, due angoli \widehat{AOB} e \widehat{CQD} , se è possibile, con un movimento rigido del piano, portare il lato OB del primo a coincidere con il lato QD del secondo, in modo che OA sia interno all'angolo \widehat{CQD} (vedi figura), allora diciamo che il primo angolo è minore del secondo, ovvero, in simboli, $\widehat{AOB} < \widehat{CQD}$.



Se, invece, si ha che OA è esterno all'angolo \widehat{CQD} , allora diciamo che il primo angolo è maggiore del secondo, cioè, $\widehat{AOB} > \widehat{CQD}$ (vedi figura).

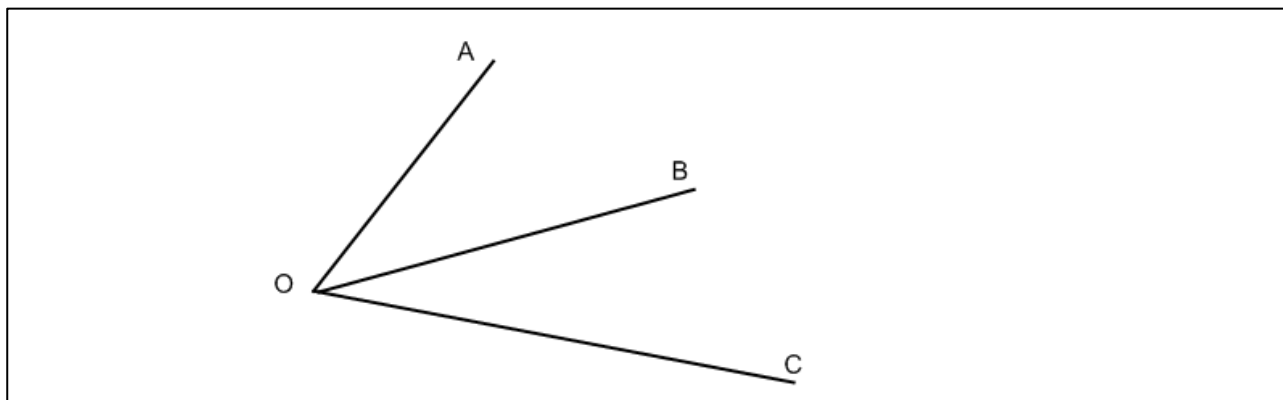


In generale, dati due angoli, si può sempre stabilire se il primo è maggiore, uguale o minore del secondo.

Somma e differenza tra due angoli

Dati due angoli, tramite un movimento rigido del piano, è possibile disporli in modo che siano consecutivi: in tal caso, il vertice e i due lati non in comune individuano un terzo angolo che può essere considerato la somma dei primi due.

Nella figura seguente, abbiamo che $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC}$.



Se il primo angolo è maggiore o uguale al secondo, si può anche definire la differenza: con riferimento alla stessa figura, abbiamo $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} - \widehat{BOC}$.

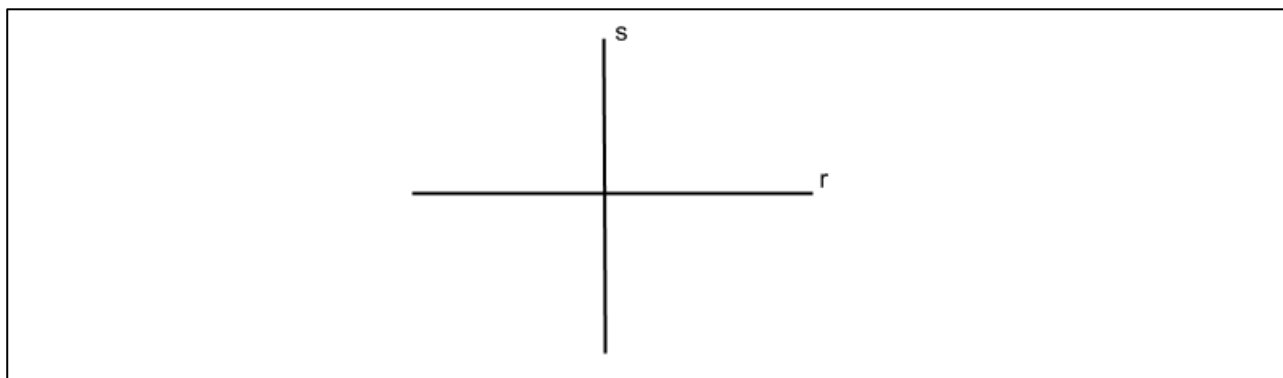
Angoli retti

Per introdurre il concetto di angolo retto, cominciamo con il dare la definizione di bisettrice di un angolo.

Dato un angolo \widehat{AOB} , una semiretta OM, interna all'angolo, che lo divide in due parti uguali, cioè tale che $\widehat{AOM} = \widehat{MOB}$, è detta **bisettrice** dell'angolo.

La bisettrice di un angolo piatto divide quest'ultimo in due angoli (uguali), ciascuno detto **angolo retto**; due rette che, intersecandosi, formano quattro angoli retti si dicono **perpendicolari**.

In figura, le rette r ed s, intersecandosi, formano quattro angoli retti, quindi sono perpendicolari



Ricordiamo poi che un angolo minore di un angolo retto è detto **acuto**, mentre uno maggiore di un angolo retto e minore o uguale a un angolo piatto è detto **ottuso**.

Angoli complementari, supplementari ed esplementari

Concludiamo dando la definizione di angoli complementari, supplementari ed esplementari.

Si dicono **complementari** due angoli la cui somma è uguale a un angolo retto; si dicono **supplementari** due angoli la cui somma è pari a un angolo piatto; si dicono **esplementari** due angoli la cui somma è pari a un angolo giro.