

Gli angoli in topografia

In questa dispensa diamo qualche cenno alla convenzione utilizzata in topografia per l'orientazione degli angoli, che si differenzia da quella usata in matematica.

Pur senza scendere nei dettagli, evidenzieremo come entrambe le convenzioni siano valide e portano agli stessi valori delle funzioni goniometriche per ogni angolo.

Copyright © 2010 – Paolo Caramanica – <http://www.trigonometria.org>

Questo documento è rilasciato sotto la licenza

Creative Commons 2.5 Italia by-nc-sa

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/>

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/it/legalcode>

Introduzione

Se chiedete ad uno studente diplomato presso un istituto tecnico per geometri, che si sia iscritto ad una facoltà scientifica (matematica, ingegneria, ecc ...), quale sia stata la prima difficoltà incontrata, molto probabilmente vi parlerà della convenzione, usata nei corsi di analisi matematica, di considerare positivo il verso antiorario nell'orientazione degli angoli.

In effetti i geometri, a differenza dei matematici, considerano come positivo il verso orario, negativo quello antiorario.

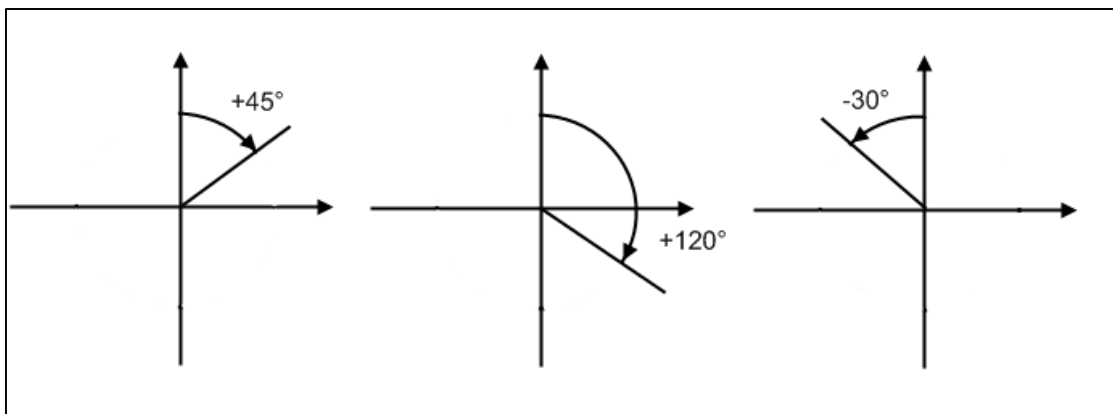
Una delle ragioni di questa differenza è probabilmente da ricercarsi nella storia della trigonometria: questa, infatti, non è nata come branca della matematica, bensì da discipline come l'astronomia e la geografia. Astronomi e geografi, nel corso dei secoli, hanno sviluppato la disciplina separatamente (e spesso anche in anticipo) rispetto ai matematici e hanno adottato la convenzione del verso orario come positivo. Gli strumenti di misura degli angoli (come il teodolite) sono stati costruiti conformemente a questa convenzione, che, per le applicazioni topografiche, si è tramandata fino ai giorni nostri.

Prima di entrare nei dettagli, è bene precisare che entrambe le convenzioni sono valide e permettono l'applicazione di tutti i risultati raggiunti nella trigonometria, patto di apportare qualche cambiamento, non sostanziale, nella definizione delle funzioni goniometriche.

Angoli orientati e misura

Abbiamo già detto che, per l'orientazione degli angoli, in topografia si assume come positivo il verso orario; un'altra differenza è che, nel riportare un angolo sul piano cartesiano, con il vertice nell'origine, il primo lato viene fatto coincidere con il semiasse positivo delle ordinate, anziché, come avviene in matematica, delle ascisse.

In figura vediamo alcuni esempi di angoli orientati, rappresentati (e misurati) secondo questa convenzione.



Seno e coseno

Consideriamo un angolo orientato α e rappresentiamolo, secondo le convenzioni viste, sulla circonferenza goniometrica; chiamiamo P il punto di intersezione del secondo lato dell'angolo con la circonferenza stessa.

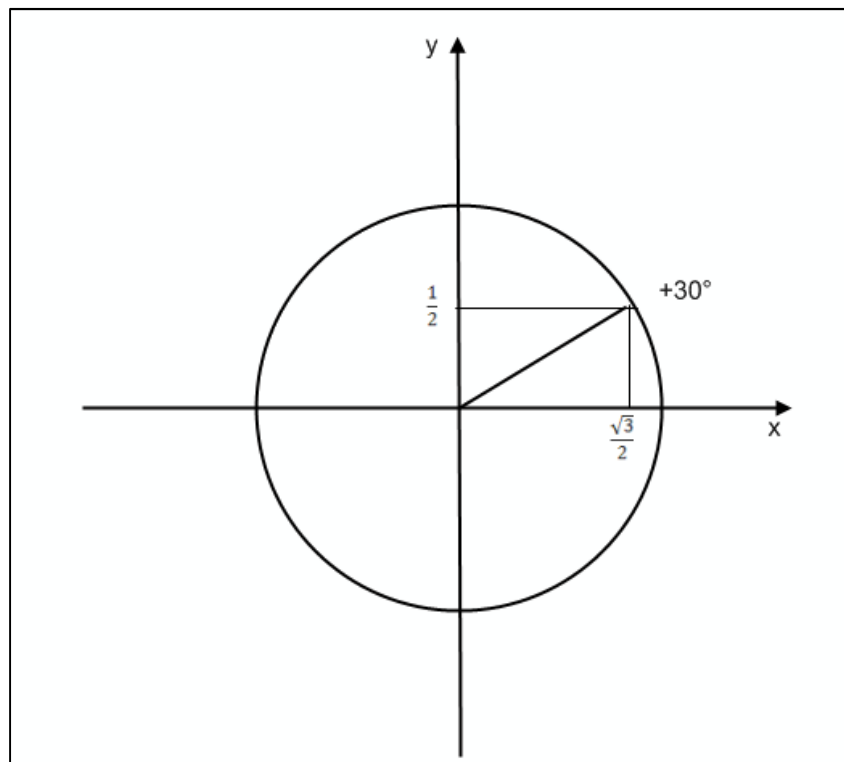
Si definisce **seno** dell'angolo α l'ascissa del punto P, **coseno** dell'angolo α l'ordinata del punto P.

Osserviamo esplicitamente che, con la convenzione seguita, il seno è l'ascissa di P e il coseno l'ordinata, diversamente da quanto avviene nella convenzione usata in matematica.

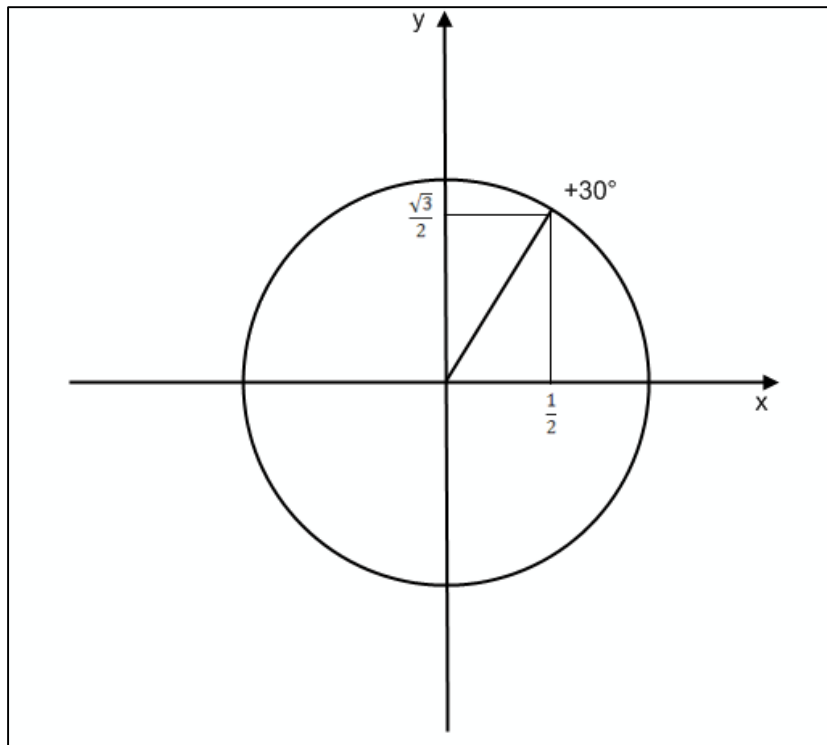
Senza scendere in ulteriori dettagli, osserviamo solo che i valori delle funzioni goniometriche di un angolo dato sono sempre gli stessi, qualunque convenzione si segua.

Consideriamo, a titolo di esempio, l'angolo di 30° e valutiamone il seno e il coseno.

Usando la convenzione dei matematici, nella seguente figura riportiamo l'angolo sul piano con la circonferenza goniometrica e leggiamo il valore del seno sull'ordinata e del coseno sull'ascissa.



Usando la convenzione dei geometri, nella seguente figura riportiamo l'angolo sul piano con la circonferenza goniometrica e stavolta leggiamo il valore del seno sull'ascissa e del coseno sull'ordinata.



In entrambi i casi otteniamo $\sin(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos(30^\circ) = \frac{1}{2}$.